© rasailojaraid.com

خوارزمی کی مفاتیح العلوم میں هندسه کا باب

سید فضل احمد شمسی

ابو عبداللہ محمد ابن احمد یوسف الکاتب الخوارزمی[1] کے متعلق جن کی مفاتیح العلوم بہت مشہور ہے ہمارا علم صفر کے برابر ہے۔ ہمیں نہ تو ان کی تاریخ پیدائش کا علم ہے نہ ہی ہم ان کے سنۂ وفات کا صحیح تعین کرسکتے ہیں[2]۔ مفاتیح العلوم کے مقدمہ سے صرف اس قدر معلوم ہوتا ہے کہ وہ حکومت کے عہدہ‌دار (کاتب) رہے تھے۔ نیز یہ کہ کتاب مذکور ابوالحسین عبیداللہ ابن احمد العتبی کی تحریک و ایماء پر لکھی گئی تھی[3]۔ عتبی جن کی تاریخ وفات زرکلی تقریباً ۳۹۰ھجری یعنی ۱۰۰۳ء بتاتے ہیں[4] سامانی حکمران نوح ابن منصور (دور حکومت ۳۶۶ھ تا ۳۸۷ھ)[5] کے وزیر تھے[6] اور اسی حکمران کے زمانۂ حکومت میں قتل کئے گئے تھے۔ ان کے قتل کے کچھ بعد ۳۷۳ھ یا ۳۷۶ھ میں عبداللہ ابن محمد ابن عزیر سربرآرائے وزارت ہوئے[8]۔ لہذا مفاتیح العلوم کی تصنیف کا زمانہ ۳۶۶ھ (۹۷۷ء) سے ۳۷۲ھ (۹۸۳ء) کے درمیان قرار پاتا ہے۔ خود خوارزمی کی وفات غالباً ۳۸۰ھ (۹۹۱ء) اور ۳۸۷ھ (۹۹۸ء) کے درمیان واقع ہوئی۔

مفاتیح العلوم کے متعلق ویدمان[9] کا یہ دعوی تو صحیح نہیں کہ یہ کتاب مسلمانوں کی پہلی انسائکلوپیڈیائی تالیف ہے اور نہ ھی پروفیسر ریشر[10] کا یہ خیال کہ یہ سائنسی انسائکلوپیڈیا (scientific encyclopaedia) پر مسلمانوں کی پہلی تصنیف ہے۔ تاہم جارج سارٹن کا یہ بیان کہ ''مفاتیح العلوم اس دور کے مسلمانوں کے سائنسی علوم اور ان کی ثقافت کے مطالعہ کے لئے کسی طور الفہرست[11] اور رسائل اخوان الصفاء[12] سے کم نہیں ''[13]

© rasailojaraid.com

© rasailojaraid.com

یقیناً صحیح ہے۔ اگر فارابی (تقریباً ۲۵۹ تا ۳۳۹ھ) کی احصاء العلوم[۱۳] (جو کیا عجب کہ مسلمانوں کی پہلی انسائکلوپیڈیائی تالیف رہی ہو) سے مفاتیح العلوم کا علم بہ علم موازنہ کیا جائے تو بہت نتیجہ خیز ثابت ہو۔

مفاتیح العلوم دو مقالوں پر مشتمل ہے۔ پہلا مقالہ (جیسا کہ خود خوارزمی کا بیان ہے[۱۵]) علوم شریعہ اور ان سے منسلک علوم عربیہ سے بحث کرتا ہے اور دوسرا مقالہ یونانیوں اور دوسری اقوام کے علوم ("علوم عجمیہ") سے بحث کرتا ہے۔ علوم شریعہ (اور ان سے منسلک علوم عربیہ) میں خوارزمی فقہ، کلام، نحو، کتابت، شعر و عروض اور اخبار کو شمار کرتے ہیں۔ علوم عجمیہ میں فلسفہ، منطق، طب، حساب، جیومیٹری، نجوم، موسیقی، حیل اور کیمیا کا شمار کرتے ہیں۔

مفاتیح العلوم کا ایک ایڈیشن ۱۸۹۵ء میں جی۔ فان فلوٹن نے جرمنی سے شایع کیا تھا[۱۶]۔ لیکن مجھے اس سے استفادہ کا موقعہ نہیں مل سکا۔ میرے سامنے ادارۃ الطباعۃ المنیریۃ کا شایع کردہ نسخہ ہے جو مصر سے ۱۳۴۲ھ (۱۹۲۳ء) میں شایع ہوا تھا۔ اس نسخہ کی خصوصیت یہ ہے کہ فاضل مصحح نے نہ اپنا نام ظاہر کیا ہے، نہ کتاب پر تعارفی مقدمہ کا اضافہ کیا ہے اور نہ ھی یہ بتانے کی زحمت گوارا کی ہے کہ اس کتاب کی عبارت کو کن کن مخطوطات کی مدد سے متعین کیا گیا ہے۔

اس مضمون میں مفاتیح العلوم کے جیومیٹری کے باب کا مختصر تعارف پیش کرنا مقصود ہے۔ جیومیٹری (جس کے لئے اردو میں ھندسہ[۱۷] کا لفظ زیادہ موزوں ہے) کا باب چار حصوں (فصول) پر مشتمل ہے۔ پہلے حصہ میں ان الفاظ کی وضاحت ہے جو اس علم میں مرکزی حیثیت رکھتے ھیں جیسے "مقدار"، "بعد"، "نقطہ"، "خط"، "بسیط"، "جسم"، "طول"، "عرض"، اور "عمق"، وغیرہ۔ دوسرے حصہ میں خطوط اور ان کی اقسام کا بیان ہے۔

© rasailojaraid.com

© rasailojaraid.com

تیسرے حصہ میں خطوط سے بننے والی اشکال یعنی بسائط اور ان کی اقسام کا ذکر ہے ۔ آخری حصہ مجسمات اور ان کی انواع کے بیان میں ہے ۔

مفاتیح العلوم کی تصنیف میں خوارزمی کا مقصد یہ تھا کہ ہر علم کے وہ مبادیات مختصراً بیان کردئیے جائیں جن سے آگاھی کے بغیر اس علم کا مطالعہ ناممکن ہو اور جن پر اگر طالب علم کو قدرت حاصل ہوجائے تو اس علم میں مہارت کے حصول کی گویا اسے کنجی مل جائے ۔ ھندسہ کے باب میں بھی یہی اصول مدنظر رکھا گیا ہے اور مختصر لیکن واضح اور جامع طور پر ان تصورات کا لفظی خاکہ پیش کیا گیا ہے جو اس علم کے مدار ہیں ۔

مفاتیح العلوم میں ھندسہ کے باب کی نمایاں خصوصیت اس کی جامعیت ہے ۔ علم ھندسہ میں جن بنیادی تصورات سے بحث کی جاتی ہے تقریباً ان تمام تصورات سے خوارزمی نے بحث کی ہے ۔ یوں تو اہم ترین مسائل اثباتی (Theorems) میں سے کسی ایک کا بھی (حتیٰ کہ مسئلۂ فیثاغورث جو تمام اعلیٰ ریاضی یعنی Higher Mathematics کی اساس ہے) ذکر نہیں ہے لیکن ظاہر ہے کہ انسائکلوپیڈیائی نوعیت کی کتاب میں اس کی چنداں ضرورت نہیں ، اور غالباً اسی وجہ سے خوارزمی نے ایسا نہیں کیا ۔

اس باب میں جو ایک عجیب بات ہے وہ یہ ہے کہ ''دائرہ،، کی تعریف میں کہا گیا ہے کہ وہ معروف (جانی ہوئی) سطح ہے[18] اور ''محیط،، کو ایسا خط بتایا گیا ہے جو دائرہ کا احاطہ کرتا ہے[19] ۔ اس امر کا کہیں ذکر نہیں کہ دائرہ کا ایک مرکز ہوتا ہے جس سے محیط کا ہر نقطہ ایک ھی فاصلہ پر ہوتا ہے ۔ نہ تو ''نصف قطر،، کی اصطلاح استعمال میں آئی ہے اور نہ ھی اس کے تصور کو پیش کیا گیا ہے ۔ اس کے برعکس ''کرہ،، کی تعریف کی گئی ہے ، ایک مرکزی نقطہ بتایا گیا ہے اور کرہ کے بسیط اور مرکزی نقطہ کے درمیان تمام خطوط مستقیم کو برابر قرار دیا گیا ہے[20] ۔ اس سے شبہ لاحق

© rasailojaraid.com

© rasailojaraid.com

ہوتا ہے کہ خوارزمی نے ان تعریفات کو دو مختلف جگہوں سے نقل کیا ہے اور اس امر پر ان کی نظر نہیں گئی کہ ایک کی تعریف سے دوسرے کی تعریف حاصل ہوسکتی ہے۔

ایک بات جو بذات خود تو عجیب نہیں لیکن جو اس مقالہ کے پڑھنے والوں کو غالباً بہت عجیب معلوم ہوگی وہ فصل چہارم میں بعض اشکال کے لئے ''ناری''، ''ارضی''، ''ہوائی''، ''مائی''، (''ماء'' عربی میں پانی کو کہتے ہیں) اور ''فلکی'' کی اصطلاح کا استعمال ہے۔ کیونکہ کسی خاص ہندسی شکل کا آگ، مٹی، ہوا، پانی یا (مفروضہ) فلکی مادہ سے کوئی تعلق نظر نہیں آتا۔ ہمارا تعجب یوں اور زیادہ ہوجاتا ہے کہ مفاتیح العلوم میں جن سطحوں یا شکلوں کا ذکر آیا ہے ہر ایک کے اسم کا اس شکل یا سطح کی ہندسی خصوصیات سے براہ‌راست تعلق ہے۔ دراصل اصطلاحات کی اس حیرت سامانی کے پیچھے ایک پوری حکایت ہے جو تاریخی طور پر کم از کم افلاطون تک جاتی ہے۔ یہ تو ہر شخص جانتا ہے کہ بعض قدیم فلسفیوں نے تمام مادی اشیاء کو چار قسم کے مفرد مادوں سے مرکب متصور کیا تھا۔ یہ چار عناصر آگ، مٹی، ہوا، اور پانی مقرر کئے گئے تھے۔ چنانچہ ''عناصر اربعہ'' اور ''The Four Elements'' سے یہی چار قسم کے مادے مراد ہوتے ہیں۔ بعض فلسفیوں نے اس فہرست میں ایک اور عنصر یعنی ''فلکی مادہ'' کا اضافہ کیا اور اس طرح ''عناصر خمسہ'' کی ترکیب وجود پذیر ہوئی۔ افلاطون (۴۲۷ ق-م تا ۳۴۷ ق-م) نے پانچ خاص ہندسی اشکال اور ان پانچ عناصر میں (مفروضہ) مشابہت کی بنیاد پر تطابق (correspondence) قائم کیا۔ چنانچہ یہ پانچ اشکال آج بھی ''افلاطونی اجسام'' [۲۱] کے نام سے موسوم ہیں۔ اسی ضمن میں فیلسوف العرب [۲۲] ابو یوسف یعقوب ابن اسحق الکندی (تقریباً ۱۸۸ھ = ۸۰۰ء تا ۲۵۲ھ = ۸۶۶ء) کا ایک مستقل رسالہ ہے جس میں اس امر سے بحث کی گئی ہے کہ وہ کیا وجوہ تھے جن کے باعث قدیم فلسفیوں نے ان اشکال کو عناصر کی طرف منسوب کیا

© rasailojaraid.com

© rasailojaraid.com

تھا۔ چنانچہ رسالہ ''فی السبب الذی (له) نسبت القدماء الاشکال الخمسة الی الاسطقسات ،،۲۳ میں کئی وجوہ پیش کئے گئے ہیں۔ مختصراً یہ کہ اعداد میں باھمی تناسب کی (مفروضہ) خصوصیات، اعداد کی (مفروضہ) جنسیت اور اس کے اثرات ،اعداد کا (مفروضہ طور پر) متحرک اور غیر متحرک ہونا، عناصر کی (مفروضہ) اضافی فعالیت اور طبیعی خصوصیات (کثافت، وزن) وغیرہ کی بنیاد پر (الکندی کے خیال میں صحیح طور پر) چار مثلثی سطحوں سے مرکب جسم کو ناری، چھ مربع۲۴ سطحوں سے مرکب جسم کو ارضی، آٹھ مثلثی سطحوں سے مرکب جسم کو ھوائی، بیس مثلثی سطحوں سے مرکب جسم کو مائی، اور بارہ مخمس سطحوں سے مرکب جسم کو فلکی خصوصیات کا حامل بتایا گیا ہے۔ بہرکیف یہ وجوہ کندی نے پیش کئے ہیں، خوارزمی نے نہیں۔ ایسا معلوم ہوتا ہے کہ خوارزمی کے زمانے تک یہ اصطلاحات اس قدر عام ہو چکی تھیں کہ تصورات اور مصطلحات میں تعلق بیان کرنے کی چنداں ضرورت باقی نہیں رہ گئی تھی۔

یہاں بیرونی کی کتاب التفہیم لاوائل صناعة التنجیم کا ذکر دلچسپی سے خالی نہ ہوگا جو کہ مفاتیح العلوم کے تقریباً پچاس سال بعد لکھی گئی تھی۔ اس کا پہلا باب ھندسہ پر ہے اور نفس مضمون اور انداز بحث میں بہت حد تک موخرالذکر کے باب ھندسہ سے مشابہ ہے۔ لیکن بعض تصورات اور مصطلحات ایسی ہیں کہ ایک کتاب میں ان کی تعریف آئی ہے مگر دوسری میں نہیں۔ مثلاً مفاتیح العلوم کے باب ھندسہ میں ''شکل،، اور ،،دور،، کو استعمال تو کیا گیا ہے لیکن ان کی تعریف نہیں کی گئی ہے، اور نہ ھی ''نصف قطر،، ''مسقطالحجر،، ''زاویہ متبادلة،، ۔ ''زاویہ خارجیہ،، ۔ ''متمم،، ۔ ''مقدم،، اور ''تالی،، وغیرہ سے بحث کی گئی ہے۔ اس کے برعکس کتاب التفہیم کے باب ھندسہ میں ''زاویة مجسمة،، ۔ ''سطح ھلالی،، ۔ ''سطح بیضوی،، ۔ ''شکل قطاع،، ۔ ''بسیط استوائی،، ۔ ''شکل لینی،، ۔ ''شکل عمودی،، ۔ ''شکل بثری،، ۔ ''حلقہ،، ۔ ''اسطوانہ،، وغیرہ سے

© rasailojaraid.com

© rasailojaraid.com

مث نہیں کی گئی ہے۔ "سہم" دونوں کے نزدیک (تقریباً) ایک ہی ہے لیکن تعریف دو مختلف انداز میں کی گئی ہے۔ خوارزمی فرماتے ہیں: "سہم وہ خط ہے جو اس نقطہ سے گزرتا ہے جو قوس کے وتر کو دو آدھوں میں منقسم کرتا ہے اور جو وتر سے ملکر زاویہ قائمہ بناتا ہے"۔ اس کے برعکس بیرونی کا کہنا ہے کہ "وہ خط جو وتر اور قوس [دونوں] کے درمیانی نقطوں کے درمیان واقع ہے"، اور وہ سہم کو قطر کا صرف وہ حصہ گردانتے ہیں جو وتر کو دو نصف حصوں میں منقسم کرنے والے نقطہ اور قوس کو دو نصف حصوں میں منقسم کرنے والے نقطہ کے درمیان واقع ہے۔ چنانچہ وہ کہتے ہیں کہ "اگر قوس نیم دائرہ سے بڑا ہو تو سہم نصف قطر سے بڑا ہوتا ہے اور اگر قوس نیم دائرہ سے چھوٹا ہو تو سہم نیم قطر سے چھوٹا ہوتا ہے"۔

تحشیہ

۱ - ان کو محمد ابن موسی الخوارزمی (متوفی تقریباً ۲۳۰ھ = ۸۴۶ء) نہ سمجھ لیا جائے!

۲ - ان کی پیدائش کا سال کسی کتاب میں بھی میری نظر سے نہیں گزرا۔ حاجی خلیفہ (کشف الظنون، جلد دوم، ۱۹۴۳ء صفحہ ۱۷۰۶) اور خیر الدین الزرکلی (الاعلام، جلد ششم، دوسرا ایڈیشن، صفحہ ۳۰۲) ۳۸۷ھ کو سال وفات بتاتے ہیں جب کہ اسماعیل پاشا (ھدیۃ العارفین: اسماء المولفین و اثار المصنفین، جلد دوم، استنبول، ۱۹۵۵ء صفحہ ۵۱) اس سے بہت قبل ۳۸۰ھ کو سال وفات بتاتے ہیں۔

۳ - مفاتیح العلوم، مصر، ۱۳۴۲ھ صفحہ ۲،

۴ - خیرالدین الزرکلی، الاعلام، جلد چہارم، دوسرا ایڈیشن، صفحہ ۳۴۴ ۔ (دیکھئے تحشیہ ۷، نیچے)۔

۵ - K. V. Zettersteen, "NŪḤ II B. MANṢŪR B. NŪḤ," *The Encyclopaedia of Islam*, Vol. III, Leiden, 1936, p. 950.

۶ - خیر الدین الزرکلی، الاعلام، جلد چہارم، دوسرا ایڈیشن، صفحہ ۳۴۴۔ زیر بحث ابن (حوالہ اوپر دیا گیا ہے) کے مطابق عتبی ربیع الثانی ۳۶۷ھ میں سربرآرائے وزارت ہوئے اور ۳۷۲ھ میں ابن سیمجور کو سپہ سالاری سے ہٹانے کے نتیجہ میں کچھ دنوں بعد قتل ہوئے۔

۷ - الزرکلی نے عتبی کی تاریخ وفات غلط دی ہے۔ ان کی وفات ۳۷۱ھ یا ۳۷۲ھ میں واقع ہوئی ہوگی۔

[illegible]

© rasailojaraid.com

© rasailojaraid.com

۹ - E. Wiedemann, "AL-KHwĀRIZMĪ," *The Encyclpaedia of Islam*, Vol. II, Leiden, 1927, p. 913

۱۰ - Nicholas Rescher, "The Logic Chapter of Muhammad Ibn Ahmad al-Khwārizmī's Encyclopaedia, Key to the Sciences (ca. A. D. 980)", *Studies in the History of Arabic Logic*, Pittsburgh, 1963, p. 64.

۱۱ - سنہ تصنیف ۳۷۷ھ - مصنف ابن ندیم -

۱۲ - ۳۷۳ھ = ۹۸۳ء کے آس پاس اخوان کی سرگرمیوں کا پتہ چلتا ہے -

۱۳ - G. Sarton, *Introduction to the History of Science*, Baltimore, 1927 (reprinted 1950), p. 659.

۱۴ - تحقیق : عثمان امین، دوسرا ایڈیشن، مصر ۱۹۴۹ء -

۱۵ - مفاتیح العلوم، مصر، ۱۳۴۲ھ، صفحہ ۴ -

۱۶ - دیکھئے ریشر کتاب مذکور صفحہ ۶۴ نوٹ ۲ -

۱۷ - یہ عربی میں "هَنَدسة" ہے "هِندسه" نہیں - میں سمجھتا ہوں کہ اگر ہم لفظ "هِندسه" (figure) کے معنوں میں اور "هَندسه" جیومیٹری کے لئے استعمال کریں تو صحیح بھی ہو اور مناسب بھی -

۱۸ - "الدائرة هی السطح المعروف" - مفاتیح العلوم، مصر، ۱۳۴۲ھ صفحہ ۱۱۹ سطر ۷ -

۱۹ - "والمحیط هو الخط الذی یحیط بهذا السطح" - مفاتیح العلوم، مصر ۱۳۴۲ھ صفحہ ۱۱۹ سطریں ۷ و ۸ -

۲۰ - "الکرة شکل مجسم یحیط به بسیط واحد فی داخله نقطة کل الخطوط المستقیمة الخارجة من تلك النقطة الی بسیطها متساویة و تلك النقطة مرکزها" - مفاتیح العلوم، مصر ۱۳۴۲ صفحہ ۱۲۱ سطریں ۱۴ تا ۱۶ -

۲۱ - Platonic Solids

۲۲ - "عربوں کا فلسفی" الکندی کو خالص عرب نسل کا واحد فلسفی مانا جاتا ہے -

۲۳ - الکندی کے فلسفیانہ رسائل کو رسائل الکندی الفلسفیة کے نام سے دو جلدوں میں پروفیسر محمد عبد الہادی ابو ریدة نے قاہرہ سے ۱۹۵۰ء اور ۱۹۵۳ء میں شایع کیا - رسالہ زیر بحث کو دوسری جلد میں شامل کیا گیا ہے -

۲۴ - دیکھئے نوٹ نمبر ۳۷ -

© rasailojaraid.com